

Problemi e indovinelli per tutti

Gli antichi problemi

I sette gatti di Ahmes

Questo problema è contenuto nel papiro acquistato nel 1858 a Luxor dall'archeologo inglese Rhind, attualmente conservato al British Museum e noto con il nome di Papiro Rhind o Papiro di Ahmes. Nel 1650 a. C. infatti lo scriba Ahmes scrisse uno dei più antichi documenti matematici giunti fino a noi, ricopiandolo in parte da un documento di tre secoli prima.

In una proprietà ci sono sette case

In ogni casa ci sono sette gatti

Ogni gatto acchiappa sette topi

Ogni topo mangia sette spighe

Ogni spiga dà sette hequat (misura di capacità egizia pari a circa 0,4 litri) di grano

Quanto è il totale



CASE	7	7^1
GATTI	49	$7 \times 7 = 7^2$
TOPI	343	$7 \times 7 \times 7 = 7^3$
SPIGHE	2401	$7 \times 7 \times 7 \times 7 = 7^4$
HEQUAT DI GRANO	16807	$7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 = 7^5$
TOTALE	19607	

Sette vecchie in viaggio per Roma

Problema di Leonardo Fibonacci 1202

Ci sono sette vecchie in viaggio per Roma
Ognuna di esse ha sette muli
Ogni mulo porta sette sacchi
Ogni sacco contiene sette pagnotte
In ogni pagnotta ci sono sette coltelli
Ogni coltello è in sette foderi
Donne, muli, sacchi, pagnotte, foderi,
in quanti viaggiano per Roma ?



VECCHIE	7	7^1
MULI	49	$7 \times 7 = 7^2$
SACCHI	343	$7 \times 7 \times 7 = 7^3$
PAGNOTTE	2401	$7 \times 7 \times 7 \times 7 = 7^4$
COLTELLI	16807	$7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 = 7^5$
FODERI	117649	$7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 = 7^6$
TOTALE	120449	

Camogli

Per la strada che porta a Camogli
Passava un uomo con sette mogli
Ogni moglie aveva sette sacche
In ogni sacca sette gatte
Ogni gatta sette gattini
Fra gatti, gatte, sacche e mogli,
in quanti andavano a Camogli?



MOGLI	7	7^1
SACCHE	49	$7 \times 7 = 7^2$
GATTE	343	$7 \times 7 \times 7 = 7^3$
GATTINI	2401	$7 \times 7 \times 7 \times 7 = 7^4$
TOTALE	2800	

Oppure 2801 se si conta anche l'uomo

Il problema dei conigli

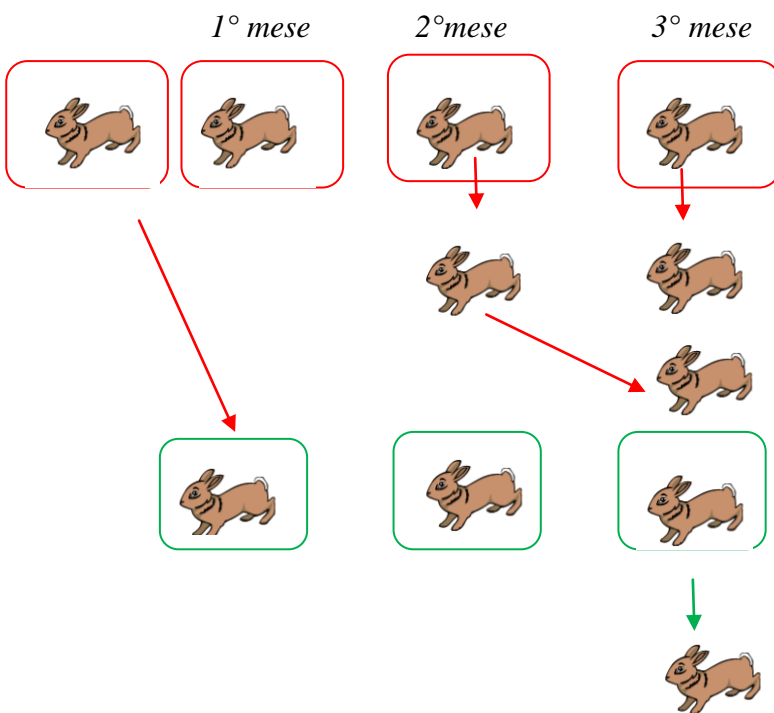
Problema di Leonardo Fibonacci 1223

Quante coppie di conigli si ottengono in un anno (salvo i casi di morte) supponendo che ogni coppia dia alla luce un'altra coppia ogni mese e che le coppie più giovani siano in grado di riprodursi già al secondo mese di vita ?

Alla fine del primo mese si ha la prima coppia e quella che è nata

Alla fine del secondo ci sono le due precedenti più una nata dalla prima

Alla fine del terzo ci sono quattro coppie più una nata dalla giovane quindi 5



Con lo stesso tipo di ragionamento le coppie che si ottengono si dispongono secondo la seguente successione di numeri

1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233

Quindi dopo un anno si hanno 233 coppie. La particolarità sta nel fatto che ogni numero della successione è la somma dei due precedenti, quindi il ragionamento può continuare all'infinito

I chicchi di grano

Da una novella indiana tratta da
"L'uomo che sapeva contare" di
Malba Tahan ed. Salani



... Un giorno il re fu informato che un giovane bramino, umile e povero, chiedeva di essere ricevuto. In realtà aveva già fatto questa richiesta diverse volte, ma il re aveva sempre rifiutato, sostenendo che il suo spirito non era abbastanza forte da permettergli di ricevere visite. Tuttavia questa volta gli concesse udienza e ordinò che il giovane straniero venisse condotto al suo cospetto.

Una volta giunto alla sala del trono, il bramino fu interrogato, secondo le regole del cerimoniale, da uno dei nobili del re.

"Chi sei? Da dove vieni? Che cosa desideri da colui che, per volere di Visnù è re e signore di Taligana? "

"Mi chiamo Lahur Sessa" rispose il bramino " e vengo dal villaggio di Namir, a trenta giorni di cammino da questa bella città. Abbiamo avuto notizia, là dove vivo, che il nostro re è afflitto da profondo dolore, che egli è amareggiato dalla perdita del figlio che gli fu strappato dalla guerra".

"E' terribile", mi sono detto, "che il nostro nobile sovrano si isoli completamente nel suo palazzo, come un cieco bramino che si abbandona alla sua pena; ho quindi pensato che sarebbe quanto mai opportuno inventare un gioco che possa distrarlo e aprire il suo cuore a nuovi piaceri. E' questo l'umile dono che reco al nostro re Iadava"

Sessa mise davanti al re una tavola divisa in sessantaquattro caselle uguali. Su di essa erano disposti due gruppi di pezzi, gli uni bianchi, gli altri neri. Le figure di questi pezzi erano allineate simmetricamente sulla scacchiera e vi erano strane regole che governavano i loro movimenti.

Il re Iadava fu molto interessato alle regole del gioco e si mise a far domande all'inventore.

Ad un certo punto il re notò con grande sorpresa che i pezzi, dopo tutte le mosse fatte, erano spiegati esattamente come nella battaglia di Dacsina.

"Osserva" gli disse allora il giovane bramino "che per vincere la battaglia, questo nobile guerriero deve sacrificarsi" e indicò proprio il pezzo che il re aveva posto a capo delle schiere impegnate nel cuore della lotta. Il saggio Sessa volle così mostrare che talvolta la morte di un principe è necessaria per assicurare pace e libertà al suo popolo.

Udendo queste parole re Iadava esclamò: "Dimmi allora ciò che desideri tra ciò che sono in grado di darti, così vedrai quanto grande può essere la mia riconoscenza verso coloro che la meritano"

Sessa disse di non volere alcuna ricompensa perché era felice di aver guarito il re.

Il re sorrise e incapace di credere alla sincerità del giovane insistette "Rifiutare la mia offerta sarebbe non solo scortesia, ma disobbedienza"

Sessa allora per non essere scortese, chiese di essere pagato in chicchi di grano. Il re, stupito dalla strana moneta, chiese in quale modo potesse ricompensarlo.

"E' facilissimo" spiegò Sessa " mi darai un chicco di grano per la prima casella della scacchiera, due per la seconda, quattro per la terza, otto per la quarta e così via, raddoppiando la quantità ad ogni casella fino alla sessantaquattresima e ultima"

Il re rise di questa richiesta, dicendogli che poteva avere qualunque cosa e invece si accontentava di pochi chicchi di grano

Il giorno dopo i matematici di corte andarono dal re e gli dissero che per adempiere alla richiesta del bramino non sarebbero bastati i raccolti di tutto il regno per ottocento anni.

Lahur Sessa aveva voluto in questo modo insegnare al re che una richiesta apparentemente modesta poteva nascondere un costo enorme. Comunque una volta che il re lo ebbe capito, il bramino ritirò la sua richiesta e fu nominato governatore di una delle province del regno.

Vediamo su cosa si basa al considerazione dei matematici, utilizzando la scacchiera e disponendo i chicchi di grano

1	2	$4=2^2$	$8=2^3$	$16=2^4$	$32=2^5$	$64=2^6$	$128=2^7$
256	512	1024					
							2^{63}

Costruiamo una seconda tabella considerando anche i risultati della somma dei chicchi di grano

Casella/potenza di 2	valore	somma
1	1	1
2	2	1+2=3
3 /2 ²	4	3+4= 7
4/2 ³	8	7+8=15
5/2 ⁴	16	15+16=31
6/2 ⁵	32	31+32=63
7/2 ⁵	64	63+64= 127

Osserviamo le regolarità dei numeri della terza colonna

- Ogni numero è il doppio di quello della riga precedente più 1
- Ogni numero è uguale a quello della riga successiva nella seconda colonna meno 1
- Ogni numero è il doppio di quello della seconda colonna meno 1

Sulla base di queste considerazioni dal momento che il numero presente nell'ultima casella è $2^{63} = 9\ 223\ 372\ 036\ 854\ 775\ 808$

la somma dei chicchi della scacchiera è

$2^{64} - 1 = 18\ 446\ 744\ 073\ 709\ 551\ 615 =$ circa 18,5 miliardi di miliardi di chicchi.

Le monete d'oro



Ci sono dieci sacchetti numerati da 1 a 10 che contengono monete d'oro. In un sacchetto le monete sono false. Sapendo che le monete vere pesano 10 g e quelle false 9 g, come fai a individuare il sacchetto di monete false utilizzando una bilancia a un piatto e potendo fare una sola pesata ?

Si prende una moneta dal n° 1 , due dal n° 2, tre dal n° 3, quattro dal n° 4, cinque dal n° 5, sei dal n° 6, sette dal n° 7, otto dal n° 8,

nove dal n° 9, dieci dal n° 10. In questo modo ci sono 55 monete e se fossero tutte vere peserebbero 550 g, in base ai grammi mancanti si individua il sacchetto di monete false.

Se infatti pesano 548 g vuol dire che il sacchetto falso è il secondo, se pesano 545 g allora il sacchetto falso è il numero 5 e così via.

Il bivio

Pippo sta percorrendo una strada e a un certo punto si trova a un bivio da cui partono due gallerie chiuse con una porta e custodite ciascuna da un guardiano che portano rispettivamente alla vita o alla morte. Uno dei guardiani dice sempre la verità, l'altro dice sempre il falso. Pippo può rivolgere una domanda a uno dei due



guardiani per cercare di scoprire la porta della vita. Quale domanda deve rivolgere?

Pippo deve fare a uno dei due indifferentemente questa domanda "Se chiedo all'altro qual è la strada per la vita, quale porta mi indicherà?"

Entrambi i guardiani indicheranno la strada per la morte, quindi Pippo dovrà scegliere l'altra.

I cammelli dell'emiro

Un emiro lascia in eredità ai suoi tre figli tutti i suoi averi. Secondo la sua volontà il patrimonio deve essere suddiviso metà

al primogenito, un terzo al secondo, un nono al terzo. I figli dopo aver suddiviso i beni in denaro, si trovano

nell'impossibilità di suddividere i 17 cammelli del padre.

Così si rivolgono al Cadì (il magistrato del paese)

che molto saggiamente accontenta i tre figli. Come ha fatto il Cadì a risolvere il problema?



Il Cadì aggiunge il suo cammello e diventano 18, così ne dà la metà cioè 9 al primo figlio, poi ne dà 6 ($18 : 3$) al secondo, al terzo ne spettano 2 ($18 : 9$) e infine si riprende il suo cammello.